www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس :**جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۱۰:۳۰ صبح**	مدت امتحان : **۱۲۰** دقیقه
سال سوم‌آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۲ / ۱۰ / ۱۳۸٤	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در **نیم‌سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۵-۱۳۸٤**		***اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی***	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	**با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید :** $۱+۴+۷+\cdots+(۳n-۲)=\frac{n(۳n-۱)}{۲} \quad (n\in N)$	۱/۵
۲	**برای هر دو عدد حقیقی و مثبت** a **و** b **ثابت کنید :** $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq ۲$	۱
۳	**با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به مربع یک عدد فرد یک واحد اضافه کنیم یک عدد زوج حاصل می شود .**	۰/۷۵
٤	**می دانیم** $\sqrt{۵}$ **گنگ است با استفاده از برهان خلف ثابت کنید** $۲+\sqrt{۵}$ **گنگ است .**	۱/۲۵
۵	**پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند ، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از پنج نقطه کمتر از** $\sqrt{۲}$ **است .**	۱
٦	**با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید :** **الف)** $A\cap(A\cup B)=A$ **ب)** $(A-B)\cup(A-C)=A-(B\cap C)$	۲
۷	**اگر** $A=\{x\mid x\in N\ ,\ ۱\leq x<۳\}$ **و** $B=\{x\mid x\in Z\ ,\ |x|\leq ۱\}$ **، عضوهای مجموعه** $(A\times B)-(B\times A)$ **را مشخص کنید و نمودار آنرا رسم کنید .**	۱/۷۵
۸	**رابطه** R **روی** $\mathbb{R}^۲$ **بصورت مقابل تعریف شده است :** $(x,y)R(z,t)\Leftrightarrow x^۲+t=z^۲+y$ **الف) ثابت کنید** R **یک رابطه هم ارزی است .** **ب) کلاس هم ارزی** $[(۱,۰)]$ **را مشخص کنید .**	۱/۷۵
	« ادامه سوالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس :جبر و احتمال	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم‌آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۲ / ۱۰ / ۱۳۸٤	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم‌سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۵-۱۳۸٤		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

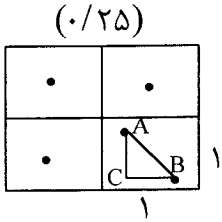
ردیف	سؤالات	نمره
۹	هر یک از اعداد دو رقمی که با ارقام ٤و۳و۲و۱ می توان نوشت را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارتها یکی را به تصادف بر می داریم . مطلوبست تعیین : الف) فضای نمونه ای این تجربه تصادفی ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ٦ باشد . پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد . ت) پیشامد $A \cap B'$	۲
۱۰	در کیسه ای ۵ مهره قرمز و ۳ مهره سفید و ۲ مهره سبز موجود است ، سه مهره با هم و به تصادف از کیسه بیرون می آوریم مطلوبست احتمال آنکه : الف) مهره ها همرنگ نباشند . ب) دو مهره سفید و یک مهره قرمز باشد .	۱/۵
۱۱	چهار دونده $A_۱, A_۲, A_۳, A_۴$ در یک مسابقه شرکت می کنند اگر شانس برنده شدن دونده های $A_۲$ و $A_۳$ دو برابر شانس برنده شدن دونده $A_۱$ باشد و $A_۱$ و $A_۴$ هم شانس باشند ، احتمال آنکه دونده $A_۲$ یا $A_۴$ برنده شود چقدر است ؟	۱/۲۵
۱۲	دو عدد حقیقی x و y را در فاصله $[۰,۲]$ به تصادف انتخاب می کنیم احتمال اینکه $\lvert x-y \rvert < ۱$ را پیدا کنید .	۱/۵
۱۳	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید : $p(A' \cap B') - p(A') + p(B) = p(A \cap B)$	۱/۲۵
۱٤	اگر $p(A) = \frac{۲}{۵}$ و $p(B) = \frac{۳}{۵}$ و $p(A \cup B) = \frac{۴}{۵}$ باشد ، مطلوبست محاسبه : الف) $p(A \cap B)$ ب) $p(A \cap B')$	۱/۵
	« موفق باشید » جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس :**جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۲ / ۱۰ / ۱۳۸٤**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در **نیم‌سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۵-۱۳۸٤**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

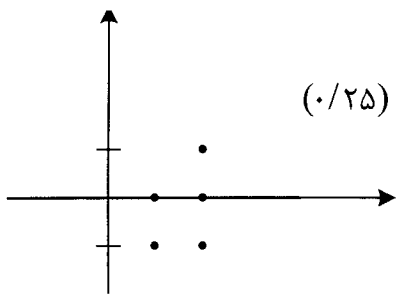
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$n=۱\longrightarrow(۳(۱)-۲)=\frac{۱(۳(۱)-۱)}{۲}\longrightarrow ۱=۱$ (۰/۲۵) فرض استقرا $n=k\longrightarrow ۱+۴+۷+\cdots+(۳k-۲)=\frac{k(۳k-۱)}{۲}$ (۰/۲۵) حکم استقرا $n=k+۱\longrightarrow ۱+۴+۷+\cdots+(۳k-۲)+(۳k+۱)=\frac{(k+۱)(۳k+۲)}{۲}$ (۰/۲۵) $\frac{k(۳k-۱)}{۲}+\frac{(۳k+۱)}{۱}=\frac{(k+۱)(۳k+۲)}{۲}$ (۰/۲۵) $\frac{k(۳k-۱)+۲(۳k+۱)}{۲}=\frac{(k+۱)(۳k+۲)}{۲}$ (۰/۲۵) $\frac{۳k^۲+۵k+۲}{۲}=\frac{(k+۱)(۳k+۲)}{۲}$ $\frac{(۳k+۲)(k+۱)}{۲}=\frac{(k+۱)(۳k+۲)}{۲}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۲	$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq ۲$ $\frac{a^۲+b^۲}{ab}\geq ۲\rightarrow a^۲+b^۲-۲ab\geq ۰\rightarrow (a-b)^۲\geq ۰$ بدیهی است (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)	۱
۳	$(۲k-۱)^۲+۱=۲q$ (۰/۲۵) $۴k^۲+۱-۴k+۱=۴k^۲-۴k+۲=۲(۲k^۲-۲k+۱)=۲q$ زوج است (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
٤	برهان خلف : فرض می کنیم $۲+\sqrt{۵}$ گنگ نباشد پس داریم : (۰/۲۵) $۲+\sqrt{۵}=\frac{a}{b}$ گویا $\longrightarrow \sqrt{۵}=\frac{a}{b}-۲$ (۰/۲۵) (۰/۵) گویا = گنگ و به تناقض می رسیم پس $۲+\sqrt{۵}$ گنگ است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۵	چهار مربع هر کدام به ضلع ۱ سانتی متر موجودند . (۰/۲۵) هر نقطه را به منزله ی یک کبوتر و هر مربع را به منزله ی یک لانه در نظر می گیریم بنا به اصل لانه کبوتری حداقل در یک مربع بیش از یک نقطه قرار خواهد گرفت بنا به قضیه ی فیثاغورث خواهیم داشت : (۰/۲۵) (۰/۲۵) $AB^۲=AC^۲+BC^۲$ $AB^۲<(۱)^۲+(۱)^۲$ (۰/۲۵) $AB^۲<۲\longrightarrow AB<\sqrt{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)  	۱
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس :**جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۲ / ۱۰ / ۱۳۸٤**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در **نیم‌سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۵-۱۳۸٤**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

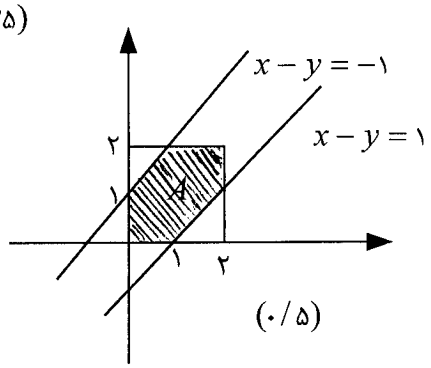
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
٦	**الف)** $A\cap(A\cup B)=A$ **چون** $A\subset(A\cup B)\Rightarrow A\cap(A\cup B)=A$ (۰/۲۵) **(۰/۲۵)** **ب)** $(A-B)\cup(A-C)=A-(B\cap C)$ $(A\cap B')\cup(A\cap C')=A-(B\cap C)$ (۰/۵) $A\cap(B'\cup C')=A-(B\cap C)$ (۰/۲۵) $A\cap(B\cap C)'=A-(B\cap C)$ (۰/۲۵) $A-(B\cap C)=A-(B\cap C)$ (۰/۵)	۲
۷	$A=\{۱\ ,\ ۲\}$ (۰/۲۵) و $B=\{-۱\ ,\ ۰\ ,\ ۱\}$ (۰/۲۵) $A\times B=\{(۱\ ,-۱)\ ,(۱\ ,۰)\ ,(۱\ ,۱)\ ,(۲\ ,-۱)\ ,(۲\ ,۰)\ ,(۲\ ,۱)\}$ (۰/۵) $B\times A=\{(-۱\ ,۱)\ ,(-۱\ ,۲)\ ,(۰\ ,۱)\ ,(۰\ ,۲)\ ,(۱\ ,۱)\ ,(۱\ ,۲)\}$ (۰/۲۵) $(A\times B)-(B\times A)=\{(۱\ ,-۱)\ ,(۱\ ,۰)\ ,(۲\ ,-۱)\ ,(۲\ ,۰)\ ,(۲\ ,۱)\}$ (۰/۲۵)  (۰/۲۵)	۱/۷۵
۸	**۱) بازتابی** $(x\ ,\ y)\ R\ (x\ ,\ y)\Leftrightarrow x^۲+y=x^۲+y$ (۰/۲۵) **۲) تقارنی** $(x\ ,\ y)\ R\ (z\ ,\ t)\Leftrightarrow(z\ ,\ t)\ R\ (x\ ,\ y)$ (۰/۲۵) $x^۲+t=z^۲+y\rightarrow z^۲+y=x^۲+t$ (۰/۲۵) **۳) تعدی** $(x\ ,\ y)\ R(z\ ,\ t)$ و $(z\ ,\ t)\ R\ (a\ ,\ b)\Rightarrow(x\ ,\ y)\ R\ (a\ ,b)$ $\begin{cases}x^۲+t=z^۲+y\\ z^۲+b=a^۲+t\end{cases}\longrightarrow x^۲+b=a^۲+y$ (۰/۵) $[(۱\ ,۰)]=\{(x,y)\mid(x\ ,\ y)\ R\ (۱\ ,۰)\}$ (۰/۲۵) $x^۲=۱+y$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
۹	**الف)** $S=\{۱۲\ ,۱۳\ ,۱۴\ ,۲۳\ ,۲۴\ ,۳۴\ ,۲۱\ ,۳۲\ ,۳۱\ ,۴۱\ ,۴۲\ ,۴۳\ ,۴۴\ ,۳۳\ ,۲۲\ ,۱۱\}$ (۰/۵) **ب)** $A=\{۱۲\ ,۲۴\ ,۴۲\}$ (۰/۵) **پ)** $B=\{۱۳,۲۳\ ,۳۱\ ,۴۱\ ,۴۳\ ,۱۱\}$ (۰/۵) **ت)** $B'=\{۱۲\ ,۱۴\ ,۲۴\ ,۳۴\ ,۲۱\ ,۳۲\ ,۴۲\ ,۴۴\ ,۳۳,۲۲\}$ (۰/۲۵) $A\cap B'=\{۱۲\ ,۲۴\ ,۴۲\}$ (۰/۲۵)	۲
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس :**جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۲ / ۱۰ / ۱۳۸٤**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در **نیم‌سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۵-۱۳۸٤**	**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	**الف)** همرنگ باشند $\rightarrow P(A)=\dfrac{\binom{۳}{۳}+\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}}=\dfrac{۱۱}{۱۲۰}$ (۰/۵) **ب)** همرنگ نباشند $\rightarrow P(A')=۱-\dfrac{۱۱}{۱۲۰}=\dfrac{۱۰۹}{۱۲۰}$ (۰/۵) **پ)** $P(B)=\dfrac{\binom{۳}{۲}\times\binom{۵}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}}=\dfrac{۱۵}{۱۲۰}$ (۰/۵)	۱/۵
۱۱	$P(A_۱)=k \rightarrow P(A_۲)=P(A_۳)=۲k$ (۰/۲۵) $P(A_۱)=P(A_۴)$ (۰/۲۵) $P(A_۱)+P(A_۲)+P(A_۳)+P(A_۴)=۱$ (۰/۲۵) $k+۲k+۲k+k=۱\longrightarrow k=\dfrac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) $P(A_۲)+P(A_۴)=\dfrac{۱}{۳}+\dfrac{۱}{۶}=\dfrac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۲	$S=\{(x,y)\mid ۰\le x\le ۲ \text{ و } ۰\le y\le ۲\}$ (۰/۲۵) $A=\{(x,y)\mid \lvert x-y\rvert<۱\}$ (۰/۲۵) $-۱<x-y<۱$ $\begin{cases}x-y<۱\\x-y>-۱\end{cases}$ $a_S=۴$ **مساحت مثلث** $=\dfrac{۱}{۲}\times۱\times۱=\dfrac{۱}{۲}$ **مساحت ۲ مثلث** $=۲\times\dfrac{۱}{۲}=۱$ **(۰/۲۵)** $a_A=۴-۱=۳\longrightarrow P(A)=\dfrac{۳}{۴}$ (۰/۲۵)  (۰/۵)	۱/۵
۱۳	$P(A\cup B)'=۱-P(A\cup B)$ (۰/۲۵) $=۱-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]$ (۰/۲۵) $=۱-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $=P(A')-P(B)+P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $P(A'\cap B')-P(A')+P(B)=P(A\cap B)$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱٤	**الف)** $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$ (۰/۲۵) $P(A\cap B)=\dfrac{۲}{۵}+\dfrac{۳}{۵}-\dfrac{۴}{۵}=\dfrac{۱}{۵}$ (۰/۵) **ب)** $P(A\cap B')=P(A)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $P(A\cap B')=\dfrac{۲}{۵}-\dfrac{۱}{۵}=\dfrac{۱}{۵}$ (۰/۵)	۱/۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.

www.alm.loxblog.com